

Test 1

Zadanie 1. W celu oznaczenia wszystkich stron podręcznika trzeba było napisać 876 razy znak cyfry. Ile stron ma ten podręcznik?

- A) 256 B) 358 C) 332 D) 328

Zadanie 2. Zapisać ułamek $\frac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}}$ po usunięciu niewymierności z mianownika.

- A) $\frac{1}{2}(\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{4} - 2)$ B) $\frac{1}{2}(\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{4} + 2)$ C) $\frac{1}{2}(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{16} + 2)$ D) $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)$

Zadanie 3. Dany jest ciąg geometryczny $\left\{\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}, \dots\right\}$. Którym wyrazem tego ciągu jest liczba $364\frac{1}{2}$?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 9

Zadanie 4. Czy implikacja $(x \geq 3) \Rightarrow (x \leq 1)$ jest prawdziwa dla

- A) $x=10$ B) $x=2$ C) $x=1$ D) $x=3$

Zadanie 5. W trójkącie ABC o bokach długości $|AB|=10$, $|BC|=8$, $|CA|=6$ na boku BC wybrano punkt K , a na boku AB punkt L , tak, że $|CK|=1$ oraz odcinek KL dzieli trójkąt ABC na dwie części o równych polach. Wtedy długość odcinka AL jest równa

- A) 2 B) $\frac{40}{7}$ C) 5 D) $\frac{30}{7}$

Zadanie 6. Dany jest ciąg geometryczny $\left\{\sqrt{3}(\sqrt{3}-2), \frac{3-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}}, \dots\right\}$. Znaleźć dziewiąty wyraz tego ciągu.

- A) $\frac{3-2\sqrt{3}}{81}$ B) $\frac{\sqrt{3}-2}{81}$ C) $\frac{3\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}-1}$ D) $\sqrt{3}-2$

Zadanie 7. Przekątne rombu mają długości a i b . Znajdź obwód tego rombu.

- A) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$ B) $2\sqrt{a^2+b^2}$ C) $a+b$ D) $2(a+b)$

Zadanie 8. Długości boków trójkąta są równe 8, 12, 16. Wtedy

- A) trójkąt jest rozwartokątny;
B) promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest mniejszy od 4;
C) pole trójkąta jest równe $12\sqrt{15}$;
D) promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest mniejszy niż 3,2.

Zadanie 9. Suma kwadratów czterech kolejnych liczb naturalnych parzystych wynosi 696. Obliczyć ich sumę.

- A) 60 B) 56 C) 52 D) $\sqrt{2916}$

Zadanie 10. Znaleźć liczbę, której 15% wynosi

$$6,95:13,9 + \left(0,216:0,15 + \frac{4}{3}:\frac{8}{15}\right) + \left(196:225 - 7,7:24\frac{3}{4}\right)$$

A) $32\frac{1}{3}$

B) $32\frac{2}{3}$

C) 33

D) $33\frac{1}{3}$

Numer zadania	Prawidłowe odpowiedzi
1.	D
2.	D
3.	A
4.	B, C
5.	D
6.	A
7.	B
8.	A, C, D
9.	C
10.	D

Wskazówki do zadań:

1. Niech x oznacza ilość liczb trzycyfrowych użytych do oznaczenia stron tego podręcznika. Wtedy:
 $9 + 2 \cdot 90 + 3x = 876$. Rozwiązując równanie otrzymasz $x = 229$. Zatem stron podręcznika jest
 $9 + 90 + 229 = 328$.

$$2. \frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{4}}{4 - 2} = \frac{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{4}}{2} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2} (\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)$$

$$3. a_1 = \frac{1}{6}, \quad q = 3, \quad a_n = \frac{1}{6} \cdot 3^{n-1}$$

$$a_n = 364\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{6} \cdot 3^{n-1} = 364\frac{1}{2} \quad | \cdot 2$$

$$3^{n-2} = 729 \Leftrightarrow 3^{n-2} = 3^6 \Leftrightarrow n = 8$$

4. $(10 \geq 3) \Rightarrow (10 \leq 1)$ implikacja fałszywa; $(2 \geq 3) \Rightarrow (2 \leq 1)$ implikacja prawdziwa;
 $(1 \geq 3) \Rightarrow (1 \leq 1)$ implikacja prawdziwa; $(3 \geq 3) \Rightarrow (3 \leq 1)$ implikacja fałszywa.

$$6. a_1 = 3 - 2\sqrt{3}, \quad q = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad a_n = (3 - 2\sqrt{3}) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1}$$

$$a_9 = (3 - 2\sqrt{3}) \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^8 \Leftrightarrow a_9 = (3 - 2\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{81} \Leftrightarrow a_9 = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{81}$$

7. Niech bok rombu jest równy c . Wtedy

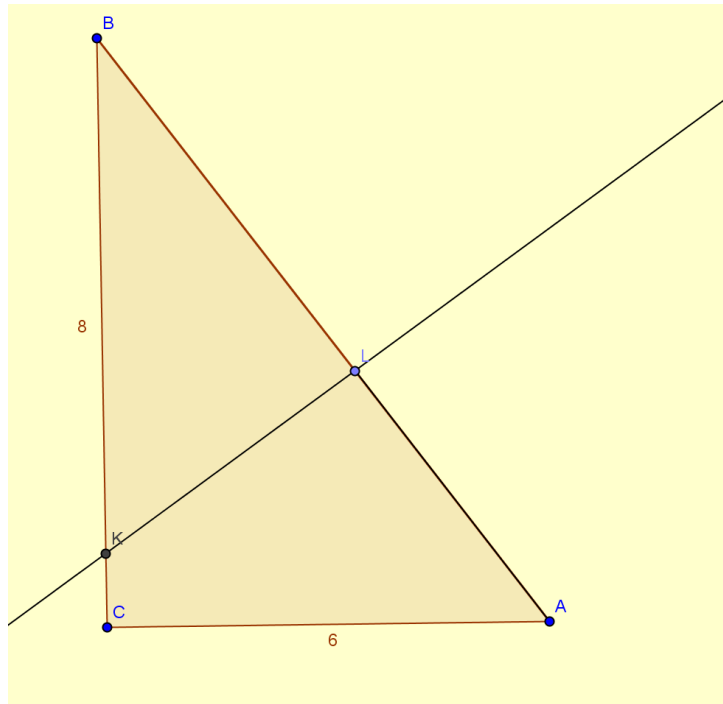
$$c^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}} \Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$

$$\text{Stąd obwód rombu } L = 4c \Leftrightarrow L = 2\sqrt{a^2 + b^2}.$$

5. Dany trójkąt jest prostokątny ($10^2 = 8^2 + 6^2$). Ponieważ $P_{\triangle ABC} = 24$, to $P_{\triangle BKL} = 12$.

$$|\sin \angle ABC| = \frac{3}{5}. \text{ Stąd } \frac{1}{2} \cdot |BK| \cdot |BL| \cdot |\sin \angle ABC| = 12.$$



$$\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot (10 - |AL|) \cdot \frac{3}{5} = 12 \quad | \cdot \frac{10}{21}$$

$$10 - |AL| = \frac{40}{7}$$

$$|AL| = \frac{30}{7}$$

8. W trójkącie $a=8, b=12, c=16$. Ponieważ $16^2 > 12^2 + 8^2 \Leftrightarrow 256 > 144 + 64$ więc trójkąt jest rozwartokątny. Na podstawie wzoru Herona pole tego trójkąta jest równe

$$P_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$P_{\Delta} = \sqrt{18 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2}$$

$$P_{\Delta} = 3 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{5 \cdot 3} \Leftrightarrow P_{\Delta} = 12\sqrt{15}$$

$$R = \frac{abc}{4P_{\Delta}} \Leftrightarrow R = \frac{8 \cdot 12 \cdot 16}{4 \cdot 12\sqrt{15}} \Leftrightarrow R = \frac{32\sqrt{15}}{15} \approx 8,26$$

$$r = \frac{P_{\Delta}}{p} \Leftrightarrow r = \frac{12\sqrt{15}}{18} \Leftrightarrow r = \frac{2\sqrt{15}}{3} \approx 2,58$$

9. Szukanymi liczbami są $n-2, n, n+2, n+4$. Wtedy ich suma jest równa $4n+4$, a suma kwadratów $(n-2)^2 + n^2 + (n+2)^2 + (n+4)^2 = 4n^2 + 8n + 24$. Stąd równanie:

$$4n^2 + 8n + 24 = 696 \Leftrightarrow n^2 + 2n - 168 = 0 \Leftrightarrow n = -14 \vee n = 12$$

$$4n + 4 = 52.$$

10. Wartość podanego wyrażenia jest równa 5. Zatem

$$15\% \cdot x = 5 \Leftrightarrow \frac{3}{20} \cdot x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{100}{3}$$

$$x = 33\frac{1}{3}.$$