

Test 2

Zadanie 1

Obliczyć $\frac{41}{5+39\sin 2\alpha}$, jeśli $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}$.

Odpowiedzi:

- A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$.

Zadanie 2

Znaleźć liczbę, której 49% wynosi $4560 \cdot \left(\frac{0,012}{5} + \frac{0,04104}{5,4} \right) - 42\frac{1}{3}$

Odpowiedzi:

- A) $6\frac{2}{3}$ B) $6\frac{1}{3}$ C) 6 D) $5\frac{2}{3}$

Zadanie 3

Który z podanych ciągów jest ciągiem geometrycznym?

Odpowiedzi:

- A) $a_n = (-1)^{3n}$ B) $a_n = 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - 1$ C) $a_n = n^2 + 1$ D) $a_n = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sqrt{\frac{2}{3}}$

Zadanie 4

Obliczyć 15% z liczby $\frac{\sqrt{2} \cdot 4^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}}}{16^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}} \cdot 2^{\frac{5}{12}}$

Odpowiedzi:

- A) 0,75 B) 0,5 C) 0,075 D) 0,05

Zadanie 5

Obliczyć najmniejszą wartość funkcji $y = -|3 - 2x - x^2|$ w przedziale $\langle -2, 2 \rangle$.

Odpowiedzi:

- A) -4 B) -5 C) -3 D) -12

Zadanie 6

Istnieje taki trójkąt, że

Odpowiedzi:

- A) dwie jego wysokości są prostopadłe;
B) dwusieczne dwóch jego kątów wewnętrznych są prostopadłe;
C) symetralne dwóch jego boków są prostopadłe;
D) dwie jego środkowe są prostopadłe.

Zadanie 7

Rozwiązać nierówność: $\frac{-2}{x^2 + 5x - 6} \geq 0$

Odpowiedzi:

- A) $-6 \leq x \leq 1$ B) $-6 < x < 1$ C) $- < x < 6$ D) $x > 1$

Zadanie 8

Długości podstaw trapezu są równe a i b . Na trapezie jest opisany okrąg i w trapez wpisany jest okrąg. Znaleźć wysokość h i boki c trapezu.

Odpowiedzi:

A) $h = \sqrt{ab}, c = \frac{a+b}{2}$

B) $h = \sqrt{a^2 + b^2}, c = \frac{a+b}{2}$

C) $h = \sqrt{ab}, c = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$

D) $h = \sqrt{\frac{ab}{2}}, c = \frac{a+b}{2}$

Zadanie 9

Liczba $\frac{1}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}}$ jest

Odpowiedzi:

A) wymierna B) niewymierna C) równa $-(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} + 1)$ D) całkowita

Zadanie 10

Jedna z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego skrócono o 25%, a drugą wydłużono o 25%. Jak zmieni się pole trójkąta?

Odpowiedzi:

A) zwiększy się o 6,25% B) zmniejszy się o 6,25%
C) nie zmieni się D) zwiększy się o 2,5%

Numer zadania	Prawidłowe odpowiedzi
1	A
2	A
3	A, D
4	C
5	B
6	A, C, D
7	B
8	A
9	B, C
10	B

Wskazówki do zadań:

1. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2}$ z wzorów trygonometrii $\sin 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$, stąd $\sin 2\alpha = \frac{12}{13}$ i wartość danego wyrażenia jest równa $\frac{41}{5 + 39 \cdot \frac{12}{13}} = 1$

2. $4560 \cdot (0,0024 + 0,0076) - 42 \frac{1}{3} = 45,6 - 42 \frac{1}{3} = 3 \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = 3 \frac{4}{15}$
 $49\%x = 3 \frac{4}{15}$
 $x = \frac{49}{15} \cdot \frac{100}{49}$
 $x = 6 \frac{2}{3}$

3. Wystarczy zbadać iloraz dwóch kolejnych wyrazów danego ciągu $\frac{a_{n+1}}{a_n}$.

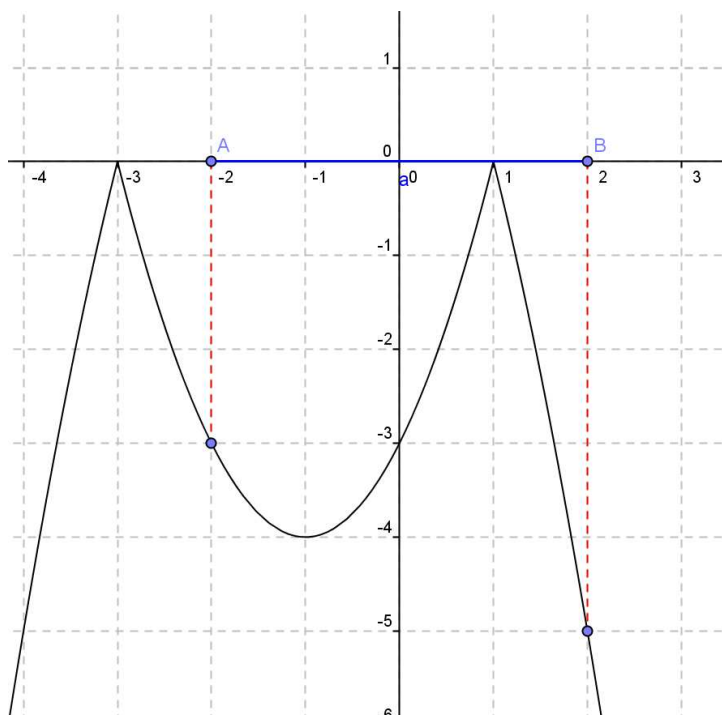
$$\frac{(-1)^{3(n+1)}}{(-1)^{3n}} = (-1)^3 = -1 = \text{const.}$$

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{2^{n+1}}} \sqrt{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{\sqrt{2^n}} \sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{2^n}}{\sqrt{2^{n+1}}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \text{const.}$$

$$4. \frac{\sqrt{2} \cdot 4^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}}}{16^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}} \cdot 2^{\frac{5}{12}} = \frac{2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{-1} \cdot 2^{\frac{5}{12}}}{2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^{\frac{7}{12}}}{2^{\frac{19}{12}}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$15\% \cdot 0,5 = 0,15 \cdot 0,5 = 0,075$$

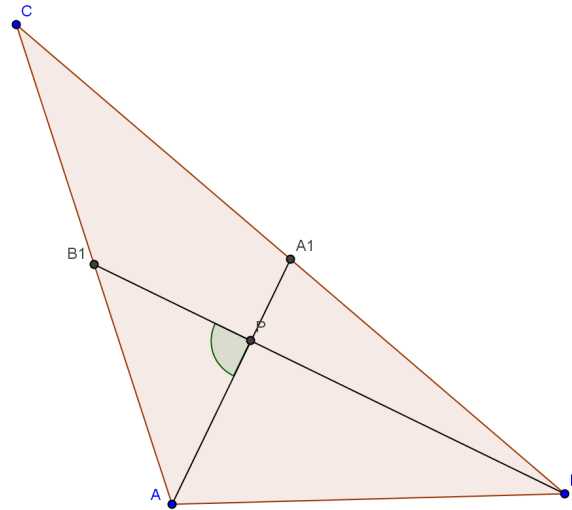
5.



7.

$$\begin{aligned} x^2 + 5x - 6 &< 0 \\ (x-1)(x+6) &< 0 \\ x &\in (-6, 1) \end{aligned}$$

6. W trójkącie prostokątnym dwie wysokości, jak i symetralne dwóch boków są do siebie prostopadłe. Przykład trójkąta z dwoma prostopadłymi środkowymi poniżej.



W każdym trójkącie $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$. Kąt między dwusiecznymi dwóch kątów wewnętrznych trójkąta δ musi spełniać warunek:

$$\delta = 180^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2} \Leftrightarrow \delta = 90^\circ + \frac{\gamma}{2} > 90^\circ$$

8. Jeżeli trapez jest wpisany w okrąg, to jest równoramienny. Jeżeli jest jeszcze opisany na okręgu, to $a + b = 2c \Leftrightarrow c = \frac{a+b}{2}$. Na podstawie własności trapezu równoramiennego:

$$h^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = c^2$$

$$h^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$h^2 = ab$$

$$h = \sqrt{ab}$$

9.

$$\frac{1}{2 - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) - \sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)} = \frac{1}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{-1} = -(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = -(2 + \sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{3})$$

10.

$$P_{\Delta} = \frac{1}{2}ab - 100\%$$

$$P_{\Delta}' = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}a \cdot \frac{5}{4}b = \frac{15}{16}P_{\Delta} - 93,75\%$$