

Test 3

Zadanie 1. Zbiorem wartości funkcji $y = 1 + 3\sin^2 x + 5\cos^2 x$ jest

- A) $\langle 1; 8 \rangle$ B) $\langle 4; 9 \rangle$ C) $\langle 4; 6 \rangle$ D) $\langle 4; 8 \rangle$

Zadanie 2. Uczeń, którego zapytano ile ma lat odpowiedział: za sześć lat będę miał trzy razy tyle lat, ile miałem dziesięć lat temu. Ile lat ma uczeń?

- A) 15 B) 12 C) 18 D) 19

Zadanie 3. Wyrażenie $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 \left[\sqrt[3]{64} - \sqrt{\frac{9}{4}} : \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \right] : \left(-\frac{1}{6}\right)^3$ jest równe

- A) 2 B) 3 C) 9 D) 11

Zadanie 4. Która z podanych liczb jest równa liczbie $a = \sqrt{7} - \sqrt{2}$

- A) $\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$ B) $\frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$ C) $\sqrt{9 - 2\sqrt{14}}$ D) $\sqrt{9 + 2\sqrt{14}}$

Zadanie 5. Liczba $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - 2\sqrt{2}$ jest

- A) naturalna B) niewymierna C) wymierna D) większa od 4.

Zadanie 6. Długości boków trójkąta są równe 12cm, 14cm i 16cm. Wierzchołki trójkąta są środkami okręgów stycznych do siebie parami. Obliczyć długości promieni tych okręgów.

- A) 6cm, 6cm, 10cm B) 5cm, 7cm, 9cm C) 6cm, 8cm, 10cm D) 5cm, 7cm, 10cm

Zadanie 7. Dane są wyrazy $a_4 = -3$ i $a_9 = 3$ ciągu geometrycznego. Obliczyć $a_{20} - a_{15}$.

- A) 1 B) 0 C) -4 D) -6

Zadanie 8. Czy czworobok $ABCD$, gdzie $A(5, 0)$, $B(0, -2)$, $C(2, 2)$ i $D(-3, 4)$ jest

- A) równoległobokiem; B) rombem; C) kwadratem; D) prostokątem.

Zadanie 9. Ile rozwiązań ma układ równań:
$$\begin{cases} 6x + 9y = 15 \\ 4x + 6y = 3 \end{cases}$$

- A) 1 B) nie ma rozwiązań C) ma nieskończenie wiele rozwiązań D) 2

Zadanie 10.

Obliczyć pole koła wpisanego w wycinek koła o promieniu 9 cm i kącie środkowym o mierze $\frac{\pi}{3}$.

- A) $6\pi \text{ cm}^2$ B) $9\pi \text{ cm}^2$ C) $12\pi \text{ cm}^2$ D) $6\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$

Numer zadania	Prawidłowe odpowiedzi
1.	C
2.	C
3.	C
4.	B, C
5.	A, C
6.	B
7.	D
8.	A
9.	B
10.	B

Wskazówki do zadań:

1. Wzór funkcji $f(x) = 1 + 3\sin^2 x + 5\cos^2 x$ zapisz w prostszej postaci.

$$f(x) = 1 + 3\sin^2 x + 3\cos^2 x + 2\cos^2 x$$

$$f(x) = 4 + 2\cos^2 x$$

$$f(x) = 5 + \cos 2x$$

Stąd $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow 4 \leq f(x) \leq 6$.

2. wiek ucznia - x

wiek ucznia za 6 lat - $x + 6$

wiek ucznia 10 lat temu - $x - 10$

$$x + 6 = 3(x - 10), \quad x > 10$$

$$36 = 2x$$

$$x = 18$$

3.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^5 \left(\sqrt[3]{64} - \sqrt{\frac{9}{4}} : \left(-\frac{3}{4}\right)^2\right) : \left(-\frac{1}{6}\right)^3 = -\frac{1}{32} \left(4 - \frac{3}{2} \cdot \frac{16}{9}\right) (-216) = -\frac{1}{32} \left(\frac{12}{3} - \frac{8}{3}\right) (-216) =$$

$$-\frac{1}{32} \cdot \frac{4}{3} \cdot (-216) = \frac{216}{24} = 9$$

4.
$$\frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} = \frac{5(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{5} = \sqrt{7} - \sqrt{2}$$

$$\sqrt{9 - 2\sqrt{14}} = \sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{7} - \sqrt{2}$$

5.

$$\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - 2\sqrt{2} = \frac{(\sqrt{2} + 1)^2}{2 - 1} - 2\sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} = 3$$

6. Niech $r_1 < r_2 < r_3$. Wtedy

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = 12 \\ r_1 + r_3 = 14 \\ r_2 + r_3 = 16 \end{cases}$$

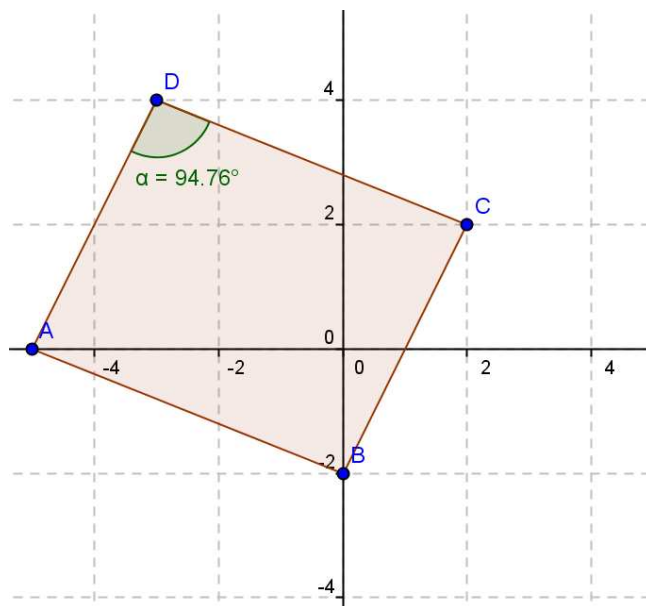
$$\begin{cases} r_2 = 12 - r_1 \\ r_3 = 14 - r_1 \\ 26 - 2r_1 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1 = 5 \\ r_2 = 7 \\ r_3 = 9 \end{cases}$$

7. $(a_4 = -3, a_9 = 3) \Rightarrow q^5 = -1 \Rightarrow q = -1$

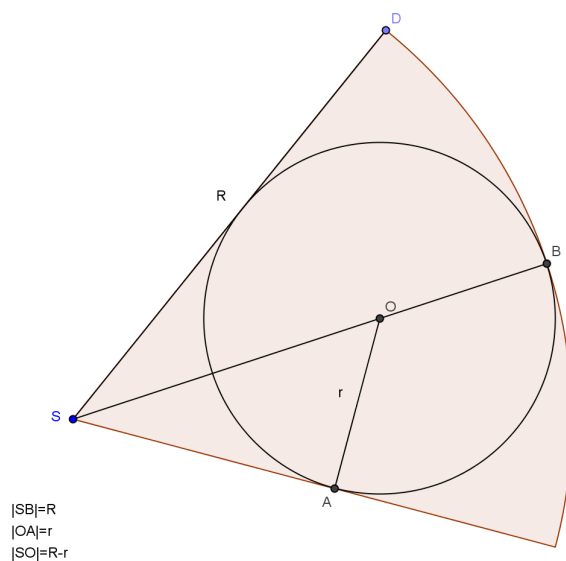
$$a_{20} - a_{15} = a_4 q^{16} - a_4 q^{11} = -3 - 3 = -6$$

8.



9. Dany układ sprowadź do postaci układu sprzecznego $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1,5 \end{cases}$

10.



$$|\angle ASO| = \frac{\pi}{6} \text{ i } R = 9.$$

Na podstawie definicji sinusa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym:

$$\sin \angle ASO = \frac{|AO|}{|SO|}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{r}{R-r}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{r}{9-r}$$

$$r = 3$$

Zatem pole koła wpisanego w wycinek koła jest równe:

$$P = \pi r^2$$

$$P = 9\pi \text{ cm}^2$$